



KONGERIKET NORGE
The Kingdom of Norway



#2
Egner
8/101

Bekreftelse på patentsøknad nr
Certification of patent application no

2000 2712

► Det bekreftes herved at vedheftede dokument er nøyaktig utskrift/kopi av ovennevnte søknad, som opprinnelig inngitt 2000.05.26

► It is hereby certified that the annexed document is a true copy of the above-mentioned application, as originally filed on 2000.05.26

2001.04.03

Freddy Strømmen

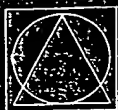
Freddy Strømmen
Seksjonsleder

Ellen B. Olsen

Ellen B. Olsen



PATENTSTYRET
Styret for det industrielle rettsvern



PATENTSTYRET
Styret for det industrielle rettsvern

ADRESSE
Postboks 8160 Dep.
Københavngaten 10
0033 Oslo

2000 -05- 2 6

TELEFON
22 38 73 00
TELEFAKS
22 38 73 01

BANKGIRO
8276.01.00192
KORTTAL
971526157

PATENTSTYRET

Søknad om patent

la - f

00-05-26*20002712

Søkers/fullmektigers referanse
(angis hvis ønsket):

O.nr.: E13117

ELB/JFW/LW

Oppfinnelsens
benevnelse:

Metode til å finne refleksjonsstyrken til reflektorer

Alm.tilgj. 27.11.01

Hvis søknaden er
en internasjonal søknad
som videreføres etter
patentlovens § 31:

Den internasjonale søknads nummer

Den internasjonale søknads inngivelsesdag

Søker:
Navn, bopel og adresse.
(Hvis patent søkes av flere:
opplysning om hvem som skal
være bemyndighet til å motta
meddelelser fra Patentstyret på
vegne av søkerne).

(Fortsett om nødvendig på neste side)

NORSAR,
(Postboks 51) Granaveien 33
2027 Kjeller

☐ Søker er en enkeltperson eller en småbedrift, eller flere slike i fellesskap med fast ansatte som til-
sammen utfører 20 årsverk eller mindre (på søknadstidspunktet). Det er søkers ansvar å krysse av her
for å oppnå laveste satser for søknadsavgift. NB! se også utfyllende forklaring på siste side.

Oppfinner:
Navn og (privat-) adresse
(Fortsett om nødvendig på neste side)

Vetle Vinje,
Spångbergv. 28b
0853 OSLO

Fullmektig:

BRYNS PATENTKONTOR AS
Karl Johansgt. 25
P.O.Box 765 Sentrum
N-0106 Oslo

Hvis søknad tidligere
er inngitt i eller
utenfor riket:

(Fortsett om nødvendig på neste side)

Prioritet kreves fra dato sted nr.

Prioritet kreves fra dato sted nr.

Prioritet kreves fra dato sted nr.

Hvis avdelt søknad:

Den opprinnelige søknads nr.: og deres inngivelsesdag

Hvis utskilt søknad:

Den opprinnelige søknads nr.: begjært inngivelsesdag

Deponert kultur av
mikroorganisme:

☐ Søknaden omfatter kultur av mikroorganisme. Oppgi også deponeringssted og nr.

Utlevering av prøve av
kulturen:

☐ Prøve av den deponerte kultur av mikroorganisme skal bare utleveres til en særlig sakkyndig,
jfr. patentlovens § 22 åttende ledd og patentforskriftens § 38 første ledd

2000 2712

Angivelse av tegnings-
figur som ønskes
publisert sammen med
sammendraget

Fig. nr.

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

Vetle Vinje, NORSAR,
Sist modifisert: May 3, 2000 4:14 pm

1 Innledning

I seismikk er målet å kartlegge fysiske egenskaper i undergrunnen. Seismisk energi i form av lydbølger blir sendt ned i undergrunnen og responsen (refleksjoner, diffraksjoner, transmisjoner) blir registrert av sensorer som oftest plasseres på overflaten av jorda, men som også kan plasseres på havbunnen eller i borehull.

Etter at signalene fra sensorene har blitt "prosessert" (bearbeidet i datamaskin), kan geofysikere og geologer med dette som utgangspunkt lage kart over strukturer i undergrunnen. Disse strukturene representeres først og fremst av grenseflater mellom bergarter med forskjellige fysiske egenskaper, og disse grenseflatene blir registrert og kartlagt fordi de reflekterer seismiske bølger.

Denne patentetsøknaden beskriver en ny metode der en ved hjelp av seismiske målinger kan beregne *refleksjonsstyrken*, uttrykt ved den vinkelavhengige *refleksjonskoeffisienten*, ved disse grenseflatene. For å unngå misforståelser vil de fleste faguttrykk skrives på engelsk, i kursiv. En full forståelse av denne patentsøknaden forutsetter en viss kjennskap til geofysikk generelt og seismikk spesielt.

2 Kjent teknikk på området

Det finnes en omfattende litteratur på metoder som går ut på å finne refleksjonsstyrken til reflektorer i undergrunnen. En fellesbetegnelse som ofte blir brukt om disse metodene er "True-Amplitude Migration" (TAM). Det er ikke mulig innen et dokument som dette å gi et utfyllende resyme av alle metoder og varianter av metoder som er publisert, men et grunnleggende trekk ved de eksisterende metodene er at de alle søker å finne både grenseflatens posisjon og dens refleksjonsstyrke i en og samme operasjon.

En oversikt over og sammenligning av noen eksisterende metoder kan finnes i [1]. Sentrale publikasjoner innen TAM er [2], [3], [4], [5], [6] og [7].

For å beskrive den nye metoden som det søkes patent for her, må vi begynne med en beskrivelse av Kirchhoff prestack dypmigrasjon ([5], [6], [7]), som ofte forkortes til PSDM (Pre-Stack Depth Migration). Vi tar utgangspunkt i Figur 1 som viser en ukjent reflektor, et generelt varierende hastighetsfelt $v(x,y,z)$ og et skudd-mottakerpar med tilhørende observert tids-trase. Et seismisk *survey* inneholder ofte millioner av slike skudd-mottakerpar. Merk at vi betrakter et 3-dimensjonalt medium (undergrunn), selv om illustrasjonene for enkelthets skyld er 2-dimensjonale. Vi antar nå at PSDM blir brukt for å flytte (migrere) registrerte data fra

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

registreringene på overflaten ned til en posisjon, \mathbf{x} , i undergrunnen. En slik dypmigrasjon er generelt gitt ved formelen

$$P_{\text{Obs}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J(i)} w_{ij}[\mathbf{x}] \cdot \dot{p}_i[t_{ij}(\mathbf{x})] \quad (1)$$

der I er antall traser som adderes i en generell posisjon \mathbf{x} i undergrunnen,

$t_{ij}(\mathbf{x})$ er gangtid # j av de $J(i)$ mulige strålebaner fra Skudd via \mathbf{x} til Mottaker for skudd/mottakerpar # i ,

$\dot{p}_i[t_{ij}(\mathbf{x})]$ er den tidsderiverte av den i 'te registrerte trase p_i for gangtid $t_{ij}(\mathbf{x})$, og

$w_{ij}[\mathbf{x}]$ er vekten som legges på traseverdien $\dot{p}_i[t_{ij}(\mathbf{x})]$.

De ukjente størrelsene på høyre side av Ligning (1), $t_{ij}(\mathbf{x})$, $J(i)$ og $w_{ij}[\mathbf{x}]$, blir beregnet ved hjelp av strålemodellering ([8], [9], [10]) eller endelig-differeansemetoder ([13], [14]).

Når et stort antall registrerte traser blir addert som beskrevet i Ligning (1), blir de reflekterte pulsene fra den ukjente reflektoren plassert ut i dypet langs isokronflater som alle tangerer den ukjente reflektoren. Dette vil føre til konstruktiv interferens langs reflektoren, og destrutiv interferens vekk fra reflektoren. Derved vil den migrerte seismikken, $P_{\text{Obs}}(\mathbf{x})$, vise høyere amplityder på, og i nærheten av reflektoren slik at dens posisjon kan bestemmes.

I mye av utviklingen rundt PSDM og TAM ([2], [5], [6], [7]), er målet å finne vekter $w_{ij}[\mathbf{x}]$ som gir amplitydeverdier $P_{\text{Obs}}(\mathbf{x})$ som er proporsjonale med refleksjonskoeffisienten (RK) langs reflektorene. Refleksjonskoeffisienten [11] er forholdet mellom reflektert amplitude og innkommende amplitude til en plan bølge som reflekteres fra en plan grenseflate.

I tillegg har det vært lagt mye arbeid i å finne ut hvilken av de $J(i)$ mulige strålebaner fra Skudd via \mathbf{x} til Mottaker som gir best resultat i migrasjonen. Et alment akseptert og brukt kriterium for et slikt valg er å bruke den strålen fra skudd/mottakerpunkt til dyp-punkt \mathbf{x} som har størst amplitude [12]. I det siste har også strålen med *kortest gangvei* vært valgt med gode resultater. Ved å velge kun *en* av de $J(i)$ mulige strålebanene fra Skudd via \mathbf{x} til mottaker kan Ligning (1) omskrives til

$$P_{\text{Obs}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^I w_i[\mathbf{x}] \cdot \dot{p}_i[t_i(\mathbf{x})] \quad (2)$$

der $t_i(\mathbf{x})$ er gangtiden til den utvalgte strålebanen fra Skudd via \mathbf{x} til Mottaker for skudd/mottakerpar # i ,

$\dot{p}_i[t_i(\mathbf{x})]$ er den tidsderiverte av den i 'te registrerte trase p_i for gangtid $t_i(\mathbf{x})$ og

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

$w_i[\mathbf{x}]$ er vekten som legges på traseverdien $p_i[t_i(\mathbf{x})]$.

I beskrivelsen av den nye metoden nedenfor, antar vi at vekten $w_i[\mathbf{x}]$ er 1.0 for alle \mathbf{x} og i .

3 Beskrivelse av den nye metoden

3.1 Oversikt over forkortelser

For å lette lesingen av patentbeskrivelsen, følger en liste over forkortelser:

RK	: RefleksjonsKoeffisient
ROAR	: Reflector Orienter Amplitude Recovery
PSDM	: Pre Stack Depth Migration
TAM	: True Amplitude Migration

3.2 Sammendrag og essens

Metoden som det søkes patent for kalles "Reflector Oriented Amplitude Recovery" (ROAR).

Utgangspunkt for ROAR er

- Et seismisk *survey*, dvs posisjonene til alle skudd og mottakere i en seismisk undersøkelse.
- Karakteristiske egenskaper til skudd og mottakere (kildepuls, retningsavhengighet, filteregenskaper etc.)
- *Pre-stack* dypmigrerte *constant-offset* eller *constant-angle* seismiske datakuber.
- Posisjon og form til "*Target Reflector*", dvs flaten der refleksjonskoeffisienten skal finnes.
- Modellparametre (seismiske hastigheter, tettheter, dempningsfaktorer, grenseflater etc.) til den delen av modellen som ligger over horisonten.

Resultatet ved bruk av ROAR er

- Diskret estimat av den vinkel-avhengige refleksjonskoeffisienten (RK'en) for alle belyste områder av flaten (Ligning (25) og Ligning (31)).
- En vektfunksjon (Ligning (47)) definert rundt alle diskrete verdier av RK'en med tilhørende vinkler (Ligning (48)).

Fordelene ved bruk av ROAR i forhold til eksisterende metoder er:

- En håndtering av reflektorenes krumning slik at bedre estimater av RK'er oppnås.
- Diskrete estimater av RK for belyste områder på flaten med tilhørende refleksjonsvinkler. Dette gir samtidig en kvantitativ oversikt over dårlig og manglende belysning av flatene ved alle refleksjonsvinkler.
- En vektfunksjon for alle RK estimatene som gir oppløsningen langs *Target Reflector* til hvert enkelt estimat.
- Mulighet for å finne RK'ene i modeller med både akustiske og elastiske modellparametre.
- Mulighet til å inkludere forskjellige bølgemoder for å estimere RK'ene for PP-, PS-, SP- og SS-refleksjoner.
- Muligheter for å korrigere for forskjellige typer av multipler ved å inkludere disse i strålemodelleringen.

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

- En bedre håndtering av begrenset utstrekning av det seismiske *survey* og huller og mangler i *surveyet*.
- En generell mulighet til å forbedre estimatet av RK'en ved å inkludere mer komplett strålemodellering som f.eks. kan baseres på anisotrop stråleteori og anelastisk dempning.
- Redusert beregningstid og mindre bruk av diskplass.

Som nevnt i kapittel 2 søker de eksisterende metodene å løse dette problemet ved å finne både flatenes posisjon og dens RK i en enkelt prosess, nemlig ved å bruke forskjellige varianter av PSDM med vektorer på traseverdiene. I motsetning til dette finner ROAR posisjon og RK ved en prosess i fem trinn. Trinn 1, 2 og 3 er kjent teknikk, mens Trinn 4 og 5 er essensen i oppfinnelsen:

- Trinn 1:** De registrerte trasene migreres vha PSDM til dyp etter Ligning (1). Det er en fordel, men ikke nødvendig, å bruke den enkleste og raskeste versjonen av PSDM, der vektoren er konstant 1.0. Resultatet av denne første prosessen er en dyp-migrert seismisk kube, $P_{Obs}(\mathbf{x})$.
- Trinn 2:** $P_{Obs}(\mathbf{x})$ tolkes dvs at posisjonene til reflektorene i undergrunnen blir funnet. Reflektorene representeres som flater som markerer diskontinuerlige sprang i de fysiske egenskapene til bergartene. Utifra disse flatene og de seismiske hastighetene (de samme hastigheter som ble brukt i PSDM prosessen i Trinn 1) bygges en jordmodell opp i datamaskinen. En av flatene i modellen velges ut som en "målflate" (*Target Reflector*).
- Trinn 3:** Ved hjelp av strålebasert modellering beregnes de reflekterte pulsene fra *Target Reflector* for alle skudd/mottakerpar i hele *surveyet*. Siden vi simulerer seismikken i en jordmodell i datamaskinen, kan vi fritt sette RK'en til *Target Reflector* til en konstant verdi, f.eks 1.0. Når RK'en settes til 1.0 vil all energi i pulsen reflekteres fra *Target Reflector*.
- Trinn 4:** Vi kjører en lokal PSDM på de syntetiske trasene fra den strålebaserte modelleringen i Trinn 3 i et bånd rundt *Target Reflector* slik at vi får et modellert PSDM resultat $P_{Mod}(\mathbf{x})$ rundt *Target Reflector*. Vektoren (se Ligning (1)) som brukes i denne lokale PSDM må i hovedsak være lik vektoren i Trinn 1.
- Trinn 5:** Vi foretar målinger av amplitydene ved f.eks. "kvadrat" eller "norm" (se kapittel 3.5 og 3.6) fra den reelle, dypmigrerte PSDM kube $P_{Obs}(\mathbf{x})$ og dividerer med de tilsvarende målingene fra modellert PSDM $P_{Mod}(\mathbf{x})$. Det kan vises at resultatet er et estimat av den vinkelavhengige RK. Dette gjentas for punkter langs hele *Target Reflector*, og et kart over RK for *Target Reflector* kan lages.

I den detaljerte beskrivelsen nedenunder, settes det i kapittel 3.3 opp et matematisk uttrykk for PSDM av observert seismikk, dvs for den dypmigrerte seismiske kuben, $P_{Obs}(\mathbf{x})$. Det tilsvarende uttrykk for PSDM av den modellerte seismikken, $P_{Mod}(\mathbf{x})$, utledes i kapittel 3.4. I de påfølgende kapitler beskrives to varianter for å finne den vinkelavhengige RK ved *Target Reflector* samt formlene for å finne tilhørende vektfunksjonen (oppløsning) og refleksjonsvinkel.

3.3 Uttrykk for observert seismikk

Vi skal nå finne et alternativt uttrykk for $P_{\text{Obs}}(\mathbf{x})$, resultatet av en PSDM fra Ligning (2) i området rundt en utvalgt reflektor i modellen. Uttrykket gir $P_{\text{Obs}}(\mathbf{x})$ som en sum av stråleteoretiske komponenter.

Anta at $P_{\text{Obs}}(\mathbf{x})$ er funnet for alle \mathbf{x} , ved Ligning (2) for et bestemt *offset*-intervall, dvs for et gitt utvalg av skudd/mottakerpar som inngår i summasjonen i Ligning (2). $P_{\text{Obs}}(\mathbf{x})$ er da en *constant-offset* seismisk kube. Den seismiske kuben blir tolket, og eksplisitte reflektorer i form av romlige flater blir lagt inn i modellen. En av disse reflektorene velges ut som en *Target Reflector*.

Definisjon: En reflektor der en ønsker å estimere refleksjonskoeffesienten (RK) vhja ROAR kalles en *Target Reflector*.

Det antas at strålemodellering ([8], [9], [10]) i en jordmodell som inkluderer *Target Reflector* kan brukes til å estimere trasene, $p_i[t]$, i Ligning (2). Ved strålemodellering kan man beregne pulsen i mottakeren fra en bestemt stråle # k som er reflektert fra *Target Reflector* med følgende ligning:

$$g_k[t] = \text{Re}\{R_k Q_k\} s(t - \tau_k) - \text{Im}\{R_k Q_k\} h(t - \tau_k) \quad (3)$$

der τ_k er gangtiden til strålen,

$s(t)$ and $h(t)$ er kildepulsen og dens Hilbert transformasjon,

$$\left. \begin{array}{l} s(t) \\ h(t) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \neq 0 \quad t \in [0, T] \\ = 0 \quad t \notin [0, T] \end{array}, \quad T \text{ et kildepulsens varighet i tid,}$$

$R_k = R_k(\varphi_k)$ er den ukjente, komplekse vinkelavhengige RK til strålen i refleksjonspunktet \mathbf{R} på *Target Reflector*

og Q_k er et komplekst tall som gir den samlede effekten av geometrisk spredning, transmisjons- eller refleksjonstap ved andre grenseflater (enn *Target Reflector*), faseskift ved at strålen går gjennom fokalpunkter/linjer (*caustics*) og anelastisk dempning.

Ved strålemodellering kan en rekke parametre beregnes langs strålebanen. I tillegg til refleksjonspunktet, \mathbf{R} , kan strålens innkomstretning til \mathbf{R} , utgangsretning fra \mathbf{R} , utgangsretning fra Skudd, innkomstretning til Mottaker og en lang rekke andre parametre beregnes. Bruken av disse parametrene blir diskutert nedenfor.

Som nevnt ovenfor, kan hver av de I enkelt-trasene som adderes inn i \mathbf{x} i Ligning (2) estimeres ved strålemodellering

$$\dot{p}_i[t_i(\mathbf{x})] = \sum_{k=1}^{P(i)} \dot{g}_k[t_i(\mathbf{x})] \quad (4)$$

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

der $P(i)$ er antall stråler som er funnet mellom skudd/mottakerpar nummer i .

Vi setter så Ligning (4) inn i Ligning (2), og antar at vekten $w_i[\mathbf{x}]$ er 1.0, og vi får

$$P_{\text{Obs}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^{P(i)} g_k[t_i(\mathbf{x})] \quad (5)$$

Vi vet at det har vært en konstruktiv interferens langs *Target Reflector* mellom de migrerte, registrerte pulsene. Det betyr at det ikke er nødvendig å addere traser for verdier av \mathbf{x} som ligger utenfor en viss avstand fra *Target Reflector*. Dette vil redusere antall pulser, g_k , som brukes i Ligning (5). Dersom vi antar at \mathbf{x} ligger innenfor et bånd rundt *Target Reflector* som vist i Figur 2, kan Ligning (5) uttrykkes som

$$P_{\text{Obs}}(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N g_n[t_n(\mathbf{x})] \quad \mathbf{x} \in \mathbf{x}_T \quad (6)$$

der N er antall stråle-beregnete enkeltpulser innenfor båndet $\mathbf{x} \in \mathbf{x}_T$ som er slik at

$$\tau_n < t_n(\mathbf{x}) < \tau_n + T \quad \mathbf{x} \in \mathbf{x}_T \quad (7)$$

der T er varigheten til pulsen, som vist i Figur 2. Fra denne figuren kan en se at kravet i Ligning (7) er oppfylt for plasseringen av \mathbf{x} i Figur 2 fordi \mathbf{x} i dette tilfelle ligger mellom de to isokronene.

Vi introduserer så en ny definisjon, en *Stacking Stick*.

Definisjon: En *Stacking Stick* ($\#j$) er en kurve med en bestemt lengde som krysser *Target Reflector* som illustrert i Figur 3. Den har en bestemt lengde, L_ξ som gir bredden på båndet rundt *Target Reflector*. L_ξ velges stor nok til å dekke noen bølgelengder av $P_{\text{Obs}}(\mathbf{x})$ rundt *Target Reflector*. En *Stacking Stick* er parametrisert vha $\mathbf{x}_j(\xi_j)$ som markerer den romlige posisjonen. Argumentet ξ_j starter med $\xi_j = \xi_{jA}$ i den ene enden av *Stacking Stick*, passerer $\xi_j = 0$ i krysningpunktet mellom *Stacking Stick* og *Target Reflector*, og slutter i $\xi_j = \xi_{jB}$ i den andre enden av *Stacking Stick*.

Anta at \mathbf{x} i Ligning (6) ligger på en bestemt *Stacking Stick*, $\mathbf{x}_j(\xi_j)$. I Figur 3 er *Stacking Stick* $\#j$ tegnet som et rett, vertikalt linjestykke som krysser *Target Reflector*, men kan også f.eks plasseres perpendikulært til *Target Reflector*. $P_{\text{Obs}}(\mathbf{x})$ er oftest representert på et regulært, 3-dimensjonalt nettverk (i.e. en seismisk kube) der de diskrete \mathbf{x} -posisjonene er gitt ved

$$\mathbf{x}_{ijk} = \mathbf{x}_o + \langle (i-1)dx, (j-1)dy, (k-1)dz \rangle \quad (8)$$

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

der \mathbf{x}_o er posisjonen til det ene hjørnet av nettverket og (dx, dy, dz) er avstandene mellom de diskrete x-verdiene i hhv x-, y- og z-retning. For å finne verdien av $P_{\text{Obs}}(\mathbf{x})$ i stacking stick # j , brukes interpolasjon (lineær eller høyere ordens) slik at vi kan finne $P_{\text{Obs}}(\mathbf{x}_j(\xi_j))$.

For enkelthets skyld betegner vi den observerte trasen i stacking stick # j med

$$P_{\text{Obs}}(\xi_j) = P_{\text{Obs}}(\mathbf{x}_j(\xi_j)) \quad (9)$$

Samme forenkling kan brukes i betegnelsen av Kirchhoff gangtiden Skudd- \rightarrow \mathbf{x} - \rightarrow Mottaker, når $\mathbf{x} = \mathbf{x}_j(\xi_j)$ ligger på *Stacking Stick* # j :

$$t_n(\xi_j) = t_n(\mathbf{x}_j(\xi_j)) \quad (10)$$

Vi introduserer så $t'_n(\xi_j)$, en tilnærming til Kirchhoff gangtid $t_n(\xi_j)$ i Ligning (6). Tilnærmelsen $t'_n(\xi_j)$ bruker såkalt paraksial ekstrapolasjon [8] av gangtidsverdiene rundt \mathbf{R} (se Figur 3) for strålebane # n fra Skudd, via $\mathbf{x}_j(\xi_j)$ på *Stacking Stick* j til Mottaker. Paraksial ekstrapolasjon innebærer at

$$t'_n(\xi_j) \approx t_n(\xi_j) \quad (11)$$

for *Stacking Sticks* i nærheten av \mathbf{R} . Ved bruk av denne tilnærmelsen kan $g_n[t_n(\xi_j)]$ fra Ligning (3) og Ligning (6) uttrykkes som

$$g_n[t'_n(\xi_j)] = \text{Re}\{R_n(\varphi_n)Q_n\}s(t'_n(\xi_j) - \tau_n) - \text{Im}\{R_n(\varphi_n)Q_n\}h(t'_n(\xi_j) - \tau_n) \quad (12)$$

Siden refleksjonsvinkelen, φ_n , inngår i Ligning (12), kan vi introdusere vinkelavhengigheten i $P_{\text{Obs}}(\xi_j)$ og omskrive Ligning (6) til

$$P_{\text{Obs}}(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) = \sum_{n=1}^N [\text{Re}\{R_n(\varphi_n)Q_n\}s(t'_n(\xi_j) - \tau_n) - \text{Im}\{R_n(\varphi_n)Q_n\}h(t'_n(\xi_j) - \tau_n)] \quad (13)$$

der $\tilde{\varphi}_j$ er et veiet snitt av de N refleksjonsvinklene φ_n i Ligning (13). Vi kommer inn på en nærmere definisjonen av denne vinkelen senere.

Vi antar en reell RK, $R_n(\varphi_n)$, som f.eks ved PP refleksjon ved underkritisk vinkel. Vi utnytter denne egenskapen til $R_n(\varphi_n)$ i Ligning (13) og får

$$P_{\text{Obs}}(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) = \sum_{n=1}^N R_n(\varphi_n)P_n(\xi_j) \quad (14)$$

der

$$P_n(\xi_j) = \text{Re}\{Q_n\}s(t'_n(\xi_j) - \tau_n) - \text{Im}\{Q_n\}h(t'_n(\xi_j) - \tau_n) \quad (15)$$

Vi introduserer så en gjennomsnittlig RK, $\tilde{R}(\xi_j, \varphi'_j)$:

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

$$P_{\text{Obs}}(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) = \tilde{R}(\xi_j, \varphi'_j) \sum_{n=1}^N P_n(\xi_j) \quad (16)$$

der $\tilde{R}(\xi_j, \tilde{\varphi}_j)$ kan finnes ved å kombinere Ligning (14) med Ligning (16):

$$\tilde{R}(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) = \sum_{n=1}^N w_n(\xi_j) R_n(\varphi_n) \quad (17)$$

med vektor, $w_n(\xi_j)$,

$$w_n(\xi_j) = \frac{P_n(\xi_j)}{\sum_{i=1}^N P_i(\xi_j)} \quad (18)$$

3.4 Uttrykk for modellert seismikk

Vi har nå funnet en strålebasert tilnærmelse til PSDM av den observerte (eller registrerte) seismikken gitt i Ligning (16) for et bånd med bredde L_ξ langs *Target Reflector*. Vi skal nå finne uttrykket for (stråle) modellerte traser i *Stacking Stick #j* i en modell der *Target Reflector* har en RK som er definert til 1.0 for alle vinkler og for alle punkter, men som ellers er lik den virkelige modellen. Ved samme resonnement som ved utledningen av Ligning (6) får vi:

$$P_{\text{Mod}}(\xi_j) = \sum_{n=1}^N \dot{g}'_n[t'_n(\xi_j)] \quad (19)$$

der $t'_n(\xi_j)$ er Kirchhoff gangtiden beregnet ved paraksial ekstrapolasjon [8] rundt **R** (se Figur 3) for strålebane # n fra Skudd, via $\mathbf{x}_j(\xi_j)$ på *Stacking Stick #j* til Mottaker, $\dot{g}'_n[t'_n(\xi_j)]$ er den tidsderiverte av den n 'te strålemodellerte trase $g'_n[t'_n(\xi_j)]$ som uttrykkes ved å sette $R_k = 1.0$ i Ligning (3):

$$g'_n[t'_n(\xi_j)] = \text{Re}\{Q_n\} s(t'_n(\xi_j) - \tau_n) - \text{Im}\{Q_n\} h(t'_n(\xi_j) - \tau_n) \quad (20)$$

Ved å sammenligne Ligning (20) med Ligning (15) ser vi at

$$\dot{g}'_n[t'_n(\xi_j)] = \dot{P}_n(\xi_j) \quad (21)$$

som settes inn i Ligning (19) slik at vi får

$$P_{\text{Mod}}(\xi_j) = \sum_{n=1}^N P_n(\xi_j) \quad (22)$$

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

som er uttrykket for det modellerte resultatet av u-vektet PSDM i en modell der RK'en settes lik 1.0 på *Target Reflector*. Antall stråler N er på samme måte som i Ligning (7) ovenfor, utvalget av alle stråler mellom alle skudd/mottakerpar som er slik at

$$\tau_n < t_n(\xi_j) < \tau_n + T \quad (23)$$

for minst ett av punktene $\mathbf{x}_j(\xi_j)$ på *Stacking Stick* # j .

3.5 Estimering av refleksjonskoeffisient, Kvadratmetode

Utfra forutsetningene gitt for utledningen av Ligning (16) og Ligning (22), kan det vises at et estimat av kvadratet av den vinkelavhengige RK'en ved krysningspunktet mellom *Stacking Stick* # j og *Target Reflector* er gitt ved forholdet

$$[\mathcal{R}_E(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)]^2 = \frac{\int_{\xi_{jA}}^{\xi_{jB}} \{P_{\text{Obs}}(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) F(\xi_j)\}^2 d\xi_j}{\int_{\xi_{jA}}^{\xi_{jB}} \{P_{\text{Mod}}(\xi_j) F(\xi_j)\}^2 d\xi_j} \quad (24)$$

der $\mathcal{R}_E(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)$ er estimatet av RK'en for krysningspunktet mellom *Stacking Stick* # j og *Target Reflector* for refleksjonsvinkel $\tilde{\varphi}_j$, $P_{\text{Obs}}(\xi_j, \tilde{\varphi}_j)$ er den observerte trasen i *Stacking Stick* # j , $P_{\text{Mod}}(\xi_j)$ er den strålemodellerte trasen i *Stacking Stick* # j , $F(\xi_j)$ er en valgt vektfunksjon langs *Stacking Stick* # j og (ξ_{jA}, ξ_{jB}) er ekstremalverdiene til ξ_j langs *Stacking Stick* # j (se Figur 3).

Den diskrete versjonen av Ligning (24) er som følger:

$$[\mathcal{R}_E(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)]^2 = \frac{E_{\text{Obs}}}{E_{\text{Mod}}} \quad (25)$$

der

$$E_{\text{Mod}} = \sum_{k=1}^L \{P_{\text{Mod}}(\xi_{jk}) F(\xi_{jk})\}^2 \Delta \xi \quad (26)$$

og

$$E_{\text{Obs}} = \sum_{k=1}^L \{P_{\text{Obs}}(\xi_{jk}, \tilde{\varphi}_j) F(\xi_{jk})\}^2 \Delta \xi \quad (27)$$

der ξ_{jk} er en diskret verdi av ξ_j , $\mathbf{x}_j(\xi_{jk})$ er en tilhørende posisjon # k til *Stacking Stick* # j og $\Delta \xi$ er avstanden mellom $\mathbf{x}_j(\xi_{jk})$, $\mathbf{x}_j(\xi_{j(k+1)})$, ... langs *Stacking Stick* # j .

Med Ligning (16) og Ligning (22) innsatt i hhv Ligning (26) og Ligning (27) kan det også utledes en vektfunksjon for bidraget fra alle de individuelle RK'ene rundt *Stacking Stick* # j .

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

Det kvadratiske estimatet til RK'en kan uttrykkes som

$$[\Re_E(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)]^2 = \sum_{n=1}^N \tilde{W}_n(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) R_n(\varphi_n) \quad (28)$$

der vekten på RK'en, $R_n(\varphi_n)$, i refleksjonspunktet, \mathbf{R} , til stråle # n er gitt ved

$$\tilde{W}_n(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) = \frac{\Delta \xi}{E_{\text{Mod}}} \sum_{k=1}^L F(\xi_{jk})^2 P_{\text{Obs}}(\xi_{jk}, \tilde{\varphi}_j) P_n(\xi_{jk}) \quad (29)$$

E_{Mod} er gitt ved Ligning (26) og den dypmigrerte puls $P_n(\xi_{jk})$ er gitt ved resultatene av strålemodellering og Ligning (15). $P_n(\xi_{jk})$ beregnes fra en stråle med refleksjonsvinkel φ_n som vist i Figur 3.

3.6 Estimering av refleksjonskoeffisient, Norm-metode

Ut fra forutsetningene gitt for utledningen av Ligning (16) og Ligning (22), kan det vises at et estimat av absoluttverdien av den vinkelavhengige RK'en ved krysningspunktet mellom *Stacking Stick* # j og *Target Reflector* er gitt ved forholdet

$$|\Re_N(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)| = \frac{\int_{\xi_{jA}}^{\xi_{jB}} |P_{\text{Obs}}(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) F(\xi_j)| d\xi_j}{\int_{\xi_{jA}}^{\xi_{jB}} |P_{\text{Mod}}(\xi_j) F(\xi_j)| d\xi_j} \quad (30)$$

der $\Re_N(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)$ er estimatet av RK'en for krysningspunktet mellom *Stacking Stick* # j og *Target Reflector* for refleksjonsvinkel $\tilde{\varphi}_j$, $P_{\text{Obs}}(\xi_j, \tilde{\varphi}_j)$ er den observerte trasen i *Stacking Stick* # j , $P_{\text{Mod}}(\xi_j)$ er den strålemodellerte trasen i *Stacking Stick* # j , $F(\xi_j)$ er en valgt vektfunksjon langs *Stacking Stick* # j og (ξ_{jA}, ξ_{jB}) er ekstremalverdiene til ξ_j langs *Stacking Stick* # j (se Figur 3).

Den diskrete versjonen av Ligning (30) er som følger:

$$|\Re_N(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)| = \frac{N_{\text{Obs}}}{N_{\text{Mod}}} \quad (31)$$

der

$$N_{\text{Mod}} = \sum_{k=1}^L |P_{\text{Mod}}(\xi_{jk}) F(\xi_{jk})| \Delta \xi \quad (32)$$

og

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

$$N_{\text{Obs}} = \sum_{k=1}^L |P_{\text{Obs}}(\xi_{jk}, \tilde{\varphi}_j) F(\xi_{jk})| \Delta \xi \quad (33)$$

der ξ_{jk} er en diskret verdi av ξ_j , $\mathbf{x}_j(\xi_{jk})$ er en tilhørende posisjon # k til *Stacking Stick* # j og $\Delta \xi$ er avstanden mellom $\mathbf{x}_j(\xi_{jk})$, $\mathbf{x}_j(\xi_{j(k+1)})$, ... langs *Stacking Stick* # j .

Med Ligning (16) og Ligning (22) innsatt i hhv Ligning (32) og Ligning (33) kan det også utledes en vektfunksjon for bidraget fra alle de individuelle RK'ene rundt *Stacking Stick* # j .

Absoluttverdien til estimatet av RK'en kan uttrykkes som

$$|\mathfrak{R}_N(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)| = \sum_{n=1}^N \widehat{W}_n(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) R_n(\varphi_n) \quad (34)$$

der vekten på RK'en, $R_n(\varphi_n)$, i refleksjonspunktet, \mathbf{R} , til stråle # n er gitt ved

$$\widehat{W}_n(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) = \frac{\Delta \xi}{N_{\text{Mod}}} \sum_{k=1}^L |F(\xi_{jk})| \text{sgn}\{P_{\text{Obs}}(\xi_{jk}, \tilde{\varphi}_j)\} P_n(\xi_{jk}) \quad (35)$$

N_{Mod} er gitt ved Ligning (32) og den dypmigrerte puls $P_n(\xi_{jk})$ er gitt ved resultatene av strålemodellering og Ligning (15). $P_n(\xi_{jk})$ beregnes fra en stråle med refleksjonsvinkel φ_n som vist i Figur 3.

3.7 Vekter og refleksjonsvinkler

Vi har beskrevet to metoder innen ROAR for å estimere absoluttverdien til den vinkelavhengige RK, \mathfrak{R} , for et *Target Reflector*. De to er "Kvadratmetoden" (Ligning (25))

$$[\mathfrak{R}_E(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)]^2 = \frac{E_{\text{Obs}}}{E_{\text{Mod}}} \quad (36)$$

og "Norm-metoden" (Ligning (31))

$$|\mathfrak{R}_N(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)| = \frac{N_{\text{Obs}}}{N_{\text{Mod}}} \quad (37)$$

Det er vist ovenfor (Ligning (28) og Ligning (34)) at de estimerte RK'ene $[\mathfrak{R}_E(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)]^2$ og $|\mathfrak{R}_N(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)|$ kan uttrykkes som veide gjennomsnitt av RK'ene i N refleksjonspunkter i området rundt *Stacking Stick* # j .

Det veide gjennomsnitt for å estimere RK'en i *Stacking Stick* # j for Kvadratmetoden er gitt ved Ligning (28):

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

$$[\Re_E(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)]^2 = \sum_{n=1}^N \tilde{W}_n(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) R_n(\varphi_n) \quad (38)$$

og tilsvarende for Norm-metoden er gitt ved Ligning (34):

$$|\Re_N(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)| = \sum_{n=1}^N \widehat{W}_n(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) R_n(\varphi_n) \quad (39)$$

Formlene for vektene for hver av disse metodene er gitt i Ligning (29) og Ligning (35). Hvert av de N bidragene i Ligning (38) og Ligning (39) korresponderer til en bestemt stråle med et refleksjonspunkt, \mathbf{R} , og en RK $R_n(\varphi_n)$ i nærheten av *Stacking Stick* # j . Alle RK'ene i et område rundt *Stacking Stick* # j bidrar til estimatet \Re av RK'en slik at Ligning (38) og Ligning (39) er et godt utgangspunkt for å finne oppløsningen (*resolution*) i RK'en.

Vi antar nå at *Target Reflector* er parametrisert ved et triangelnettverk som vist i Figur 4. I hver node i nettverket er det en *Stacking Stick*. Det antas at den virkelige RK'en er konstant i hver av de P trianglene som utgjør nettverket.

Den (konstante) verdien til RK i hver av de P trianglene er $R_1^T, R_2^T, R_3^T, \dots, R_P^T$.

Til hver av RK'ene er det knyttet en gjennomsnittlig refleksjonsvinkel $\varphi_1^T, \varphi_2^T, \varphi_3^T, \dots, \varphi_P^T$ som definert i Ligning (42) nedenfor.

Dermed uttrykker vi Ligning (38) og Ligning (39) som

$$b = \sum_{n=1}^N a_n R_n(\varphi_n) \quad (40)$$

$$\text{der} \begin{cases} b = [\Re_E(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)]^2 & \text{og } a_n = \tilde{W}_n(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) \text{ for Kvadratmetoden} \\ b = |\Re_N(\xi_j = 0, \tilde{\varphi}_j)| & \text{og } a_n = \widehat{W}_n(\xi_j, \tilde{\varphi}_j) \text{ for Norm-metoden} \end{cases}$$

Hver av RK'ene $R_n(\varphi_n)$ i ligningen korresponderer til et refleksjonspunkt i Figur 4.

Så definerer vi to undermengder:

- S_p : Undermengden av alle N refleksjonspunktene i Ligning (40) som ligger i triangel p .
- S^T : Undermengden av alle P triangler i *Target Horizon* som inneholder minst ett av de N refleksjonspunktene i Ligning (40)

Dermed kan vi finne relasjonen mellom $R_n(\varphi_n)$ og R_p^T :

$$R_n(\varphi_n) = R_p^T \quad (41)$$

PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

for alle $R_n(\varphi_n)$ med refleksjonspunkter i S_p , i.e. for alle $n \in S_p$

Vi finner også et estimat av refleksjonsvinkelen φ_p^T assosiert til RK'en R_p^T :

$$\varphi_p^T = \frac{\sum_{n \in S_p} \varphi_n}{\# \text{elementer i } S_p} \quad (42)$$

Ved å bruke Ligning (41) i Ligning (40), kan Ligning (40) skrives som

$$b = \sum_{p \in S^T} A_p' R_p^T \quad (43)$$

der

$$A_p' = \sum_{n \in S_p} a_n \quad (44)$$

Vi ønsker å finne en vektfunksjon som er "pr arealenhet" av *Target Reflector*. En kontinuerlig vektfunksjon $A(x_S)$ ville måtte integreres med en kontinuerlig RK funksjon $R^T(x_S)$ på følgende måte

$$b = \int_S A(x_S) R^T(x_S) dS \quad x_S \in \text{Target Reflector} \quad (45)$$

som kan diskretiseres ved bruk av vår triangelparametrisering

$$b = \sum_{S^T} A_p R_p^T \Delta T_p \quad (46)$$

der ΔT_p er arealet til triangel p og (A_p, R_p^T) er hhv vektfunksjonen og RK'en assosiert til triangel p .

Sammenligner vi Ligning (46) med Ligning (43) ser vi at den diskrete tilnærming til en vektfunksjon vil bli

$$A_p = \frac{A_p'}{\Delta T_p} = \frac{\sum_{n \in S_p} a_n}{\Delta T_p} \quad (47)$$

for vekt per arealenhet for RK'en i triangel p i undermengde S^T .

Refleksjonsvinkelen $\tilde{\varphi}_j$ assosiert til estimatet av b finnes ved et veid snitt av vinklene φ_p^T fra Ligning (42)



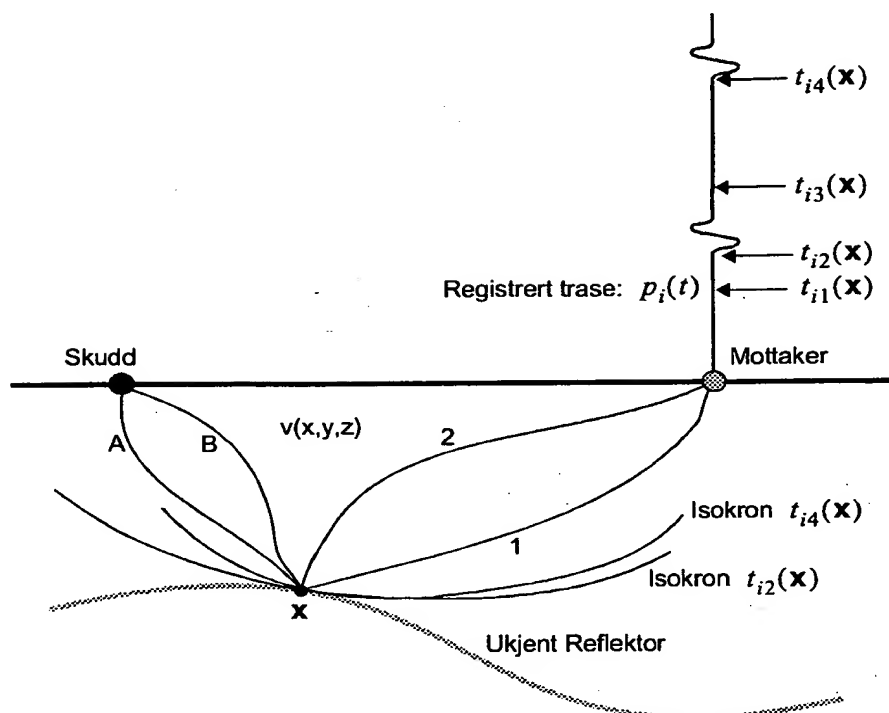
PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)

$$\tilde{\Phi}_j = \sum_{p \in S^T} W_p^T \Phi_p^T \quad \text{med vektor} \quad W_p^T = \frac{|A'_p|}{\sum_{k \in S^T} |A'_k|} \quad (48)$$

der A'_p er gitt ved Ligning (44).



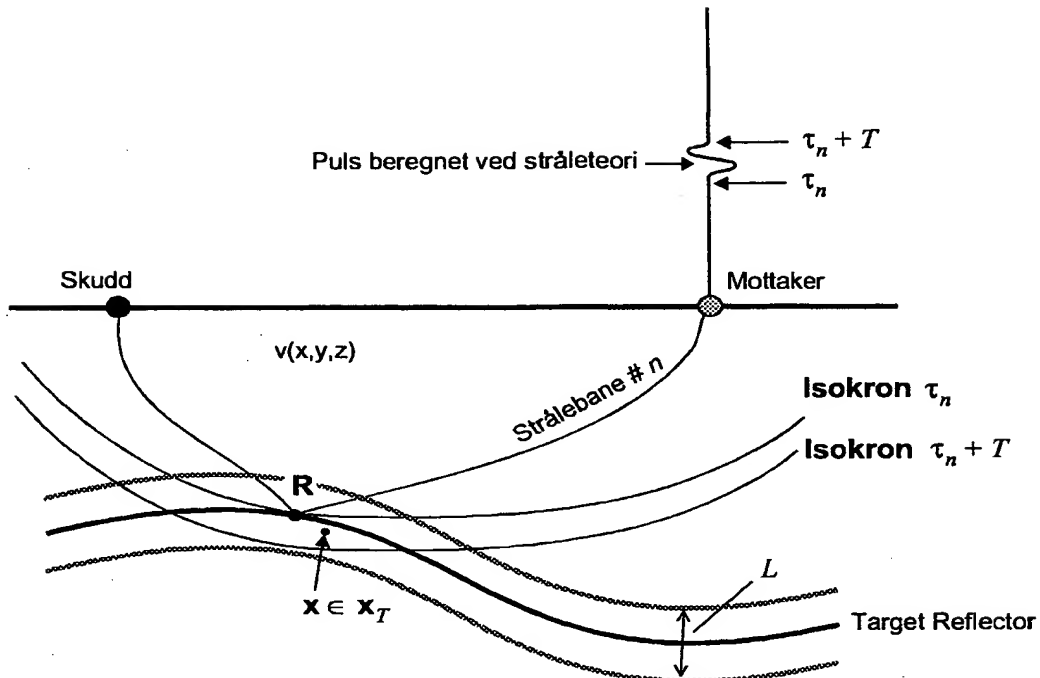
4 Figurer



Figur 1: I Kirchhoff prestack dypmigrasjon, adderes (stackes) den registrerte trase for skudd/mottaker par # i i dyp-posisjon \mathbf{x} . I dette tilfelle er det 4 forskjellige strålebaner som er kandidater til en reflektert puls registrert i mottakeren: A-1, A-2, B-1, B-2. Vanligvis vil bare en av disse bli brukt i migrasjonen. I figuren er isokronene korresponderende til to av de mulige strålebanene tegnet opp. Isokroner er flater som svarer til konstant gangtid mellom skudd og mottaker. Der disse isokronene tangerer (den ukjente) reflektoren, har vi et refleksjonspunkt. I dette tilfelle er det to stråler med gangtid hhv $t_{i2}(\mathbf{x})$ og $t_{i4}(\mathbf{x})$ som reflekterer i dyp-punktet \mathbf{x} .



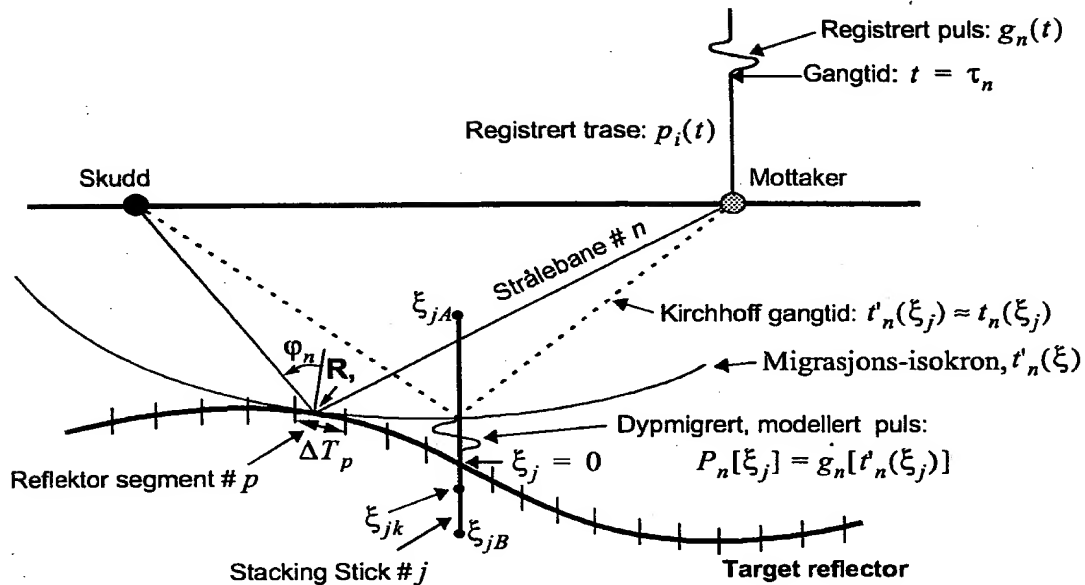
PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)



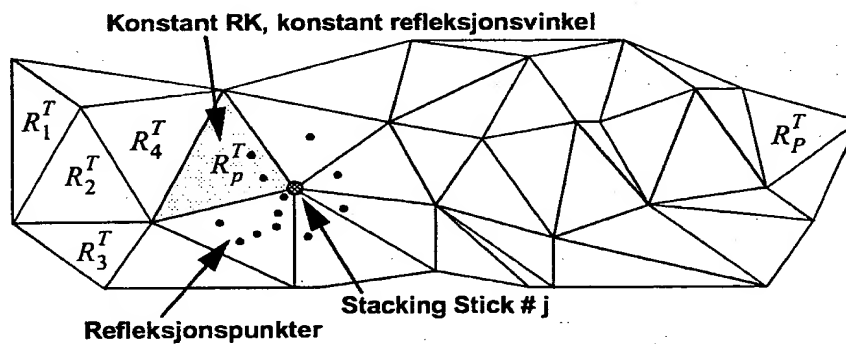
Figur 2: I Kirchhoff prestack dypmigrasjon, adderes (stackes) den registrerte pulsen for skudd/mottaker par (# i) i alle punkter mellom de to isokronene, inkludert i dyp-posisjon \mathbf{x} . Det antas at innenfor et bånd med en bestemt bredde L er det konstruktiv interferens mellom alle N strålebaserte pulsene som legges ut. Derfor er det mulig å redusere antall pulser som migreres for et gitt punkt \mathbf{x} innenfor båndet. Bare de pulser med \mathbf{x} innenfor de to isokronene vil stackes inn i \mathbf{x} .



PATENTSØKNAD: Reflector Oriented Amplitude Recovery (ROAR)



Figur 3: Den modellerte puls # n for skudd/mottaker par # i adderes (stackes) i stacking stick # j. En stacking stick er en kurve parametrisert med ξ_j som krysser Target Reflector med parameterverdi $\xi_j = 0$. ξ_{jk} er en diskret posisjon langs Stacking Stick. De andre stacking stick'ene er plottet som korte, vertikale linjesegmenter langs Target Reflector. Stacking Stick'ene avgrenser reflektorsegmenter med areal ΔT_p .



Figur 4: Target Reflector (sett i fugleperspektiv) er parametrisert med et triangulært nettverk. RK'en i Stacking Stick #j er funnet utifra stråler med refleksjonspunkter som er markert med fylte sirkler. Den "virkelige" RK'en på flaten er parametrisert med konstant, vinkelavhengig RK, R_p^T , i hver av de P trianglene.



5 Utførelsesformer / Eksempler

Se vedlegg "REFLECTOR ORIENTED AMPLITUDE RECOVERY".

6 Referanseliste

- [1] Gray, S. H., 1997, True-amplitude seismic migration: A comparison of three approaches. *Geophysics*, 62, 929-936
- [2] Beylkin, G., 1985, Imaging of discontinuities in the inverse scattering problem by inversion of a causal generalized Radon Transform: *J. Math. Phys.*, 26, 99-108
- [3] Berkhout, A. J., 1985, Seismic migration: Imaging of acoustic energy by wavefield extrapolation A. Theoretical aspects, Elsevier Science Publ.
- [4] Berkhout, A. J., and Wapenaar, C. P. A., 1993, A unified approach to acoustical reflection imaging. Part II: The inverse problem: *J. Acoust. Soc. Am.*, 93, 2017-2023
- [5] Hanitzsch, C., Schleicher, J., and Hubral, P., 1994, True-amplitude migration of 2-D synthetic data: *Geophys. Prosp.*, 42, 445-462
- [6] Bleistein, N., 1987, On the imaging of reflectors in the earth. *Geophysics*, 52, 931-942
- [7] Hanitzsch, C., 1995, Amplitude preserving prestack Kirchhoff depth migration/inversion in laterally inhomogeneous media: *Ph.D. dissertation*, University of Karlsruhe.
- [8] Cerveny, V., 1985, The application of ray tracing to the numerical modeling of seismic wavefields in complex structures: *Handbook of Geophys. Expl.*, 15A, 1-124, Geophysical Press.
- [9] Vinje, V., Iversen, E., and Gjoystdal, H., 1993, Traveltime and amplitude estimation using wavefront construction: *Geophysics*, VOL. 58, NO. 8; P.1157-1166
- [10] Vinje, V., Iversen, E., Aastebol, K., and Gjoystdal, H., 1996, Estimation of multivalued arrivals in 3D models using wavefront construction, Part I & II: *Geophysical Prospecting*, 44, P.819-858
- [11] Aki, K. and Richards, P.G., 1980, Quantitative Seismology, Theory and Methods. Volume I, Chapter 5, ISBN 0-7167-1058-7 (v.1)
- [12] Geoltrain, S. and Brac, J., 1993, Can we image complex structures with first-arrival traveltimes? *Geophysics*, 58, 564-575
- [13] Vidale, J. E., 1988, Finite-difference calculation of traveltimes: *Bull. Seis. Soc. Am.*, 78, no. 6, 2062-2076
- [14] Podvin, P., and Lecomte, I., 1991, Finite-difference computation of traveltimes in very contrasted velocity models: A massively parallel approach and its associated tools: *Geophys. J. Int.*, 105, 271-284



REFLECTOR ORIENTED AMPLITUDE RECOVERY

VETLE VINJE

NORSAR, P.O.Box 50, N-2027, Kjeller, NORWAY, vetle@norsar.no

Summary

I propose a new method for solving the classical inversion problem of finding the angle-dependent reflection coefficients along selected target horizons in the subsurface. The input to the method is seismic data cubes from constant offset Kirchhoff migration and reflectors from interpretation on the cubes. One or more target reflectors are selected, and ray modelling by wavefront construction is done, creating ray data for all shot/receivers in the survey. Based on these modelling results, amplitude correction maps for different reflection angles are created and applied to the amplitudes measured on the seismic data. The corrected amplitudes are good approximations to the angle dependent reflection coefficients for all illuminated points on each target reflector. For each point, a weight function is computed which gives a quantitative resolution of the estimate of the reflection coefficient.

Introduction

In the exploration industry the ultimate goal is to obtain a precise and detailed knowledge of the lithology in the earth. An important source of such knowledge is the amplitudes from processed seismics which are assumed to be proportional to the (loosely termed) reflection strength of structures in the subsurface. This assumption is generally not true, and several authors have addressed the problem of finding the "true amplitudes" within the last 20 years ([1], [2] and [3] to mention some). The methods described by these authors do not assume any *a priori* knowledge of the reflectors since the amplitude corrections are incorporated directly into the migration methods. In the method described here, called "Reflector Oriented Amplitude Recovery", the migration and the estimation of the reflection coefficients (i.e., the inversion) are completely decoupled. This makes it possible to include the reflectors in the inversion and take their curvature and slope directly into account.

Reflector Oriented Amplitude Recovery

Consider Figure 1 which shows the recorded seismic trace for shot/receiver pair # i . A primary PP reflection from a target horizon appears as a pulse on the seismic trace. In Kirchhoff depth migration, the trace (including the pulse) is distributed along migration isochrones which are surfaces with constant travel time shot->isochrone->receiver. The isochrone corresponding to the ray-theoretical traveltimes of the pulse (shown in Figure 1) intersects one of the *stacking sticks*. A stacking stick is simply a portion of a depth trace with a length L_ξ and a parametrization $x_s(\xi)$ where $\xi \in [\xi_A, \xi_B]$, that crosses the target reflector. In Figure 1, the depth migrated recorded trace # i is added (stacked) into the stacking stick. This is repeated for all, or a subset (e.g. constant offset), recorded traces in the survey, giving the depth migrated trace corresponding to a Kirchhoff migration. Eq. (1) gives the mathematical expression of the summed, unweighted pulse, $P(\xi)$, in the j 'th stacking stick:

$$P_{\text{Obs}}^j(\xi) = \sum_{i=1}^M P_i(\xi) = \sum_{i=1}^M \dot{p}_i(t_i(\xi)) \quad (1)$$

where $t_i(\xi)$ is the traveltime of the Kirchhoff ray path (see Figure 1) in a position ξ in the stacking stick, $\dot{p}_i[t_i(\xi)]$ is the time derivative of the recorded trace p_i evaluated in travel time $t_i(\xi)$ and M is the

number of traces contributing to the stack.

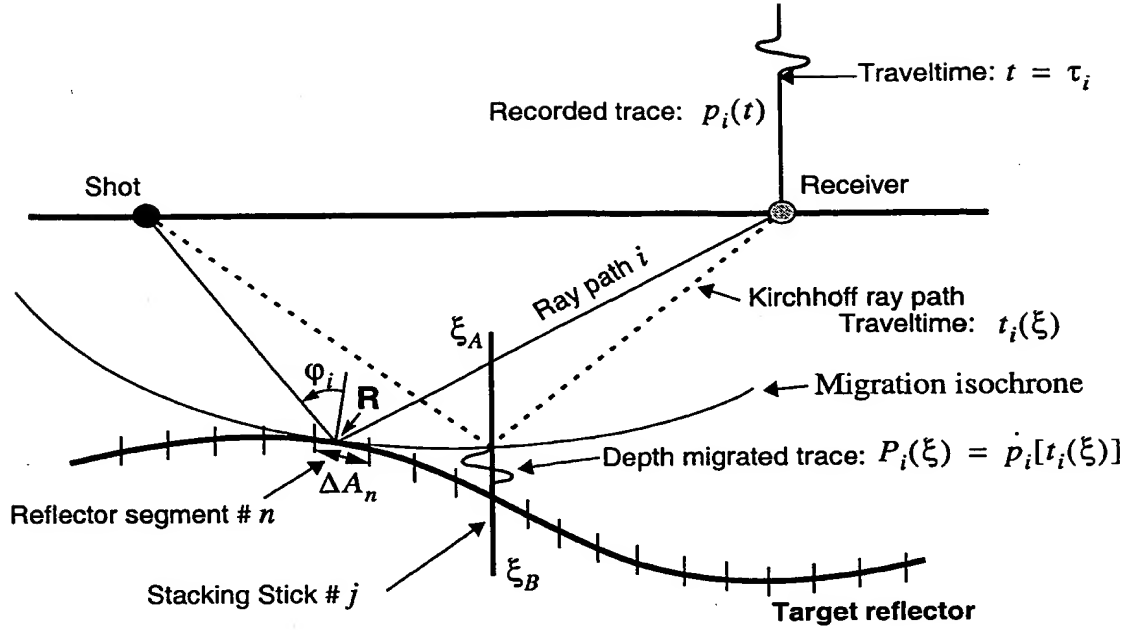


Figure 1: The recorded trace for shot/receiver pair # i is stacked into stacking stick # j which is a part of a depth trace with a particular length. The other stacking sticks are plotted as ticks on the target reflector separating reflector segments of area ΔA_n .

If we assume that the input pulses to this Kirchhoff migration are the result of ray tracing, the result, $P_{\text{Synth}}^j(\xi)$, in the stacking stick will be (using well-known ray theory, see e.g. [5]):

$$P_{\text{Synth}}^j(\xi) = \sum_{i=1}^N P_i^s(\xi) = \sum_{i=1}^N [\text{Re}\{R_i^s Q_i\} \dot{s}(t_i(\xi) - \tau_i) - \text{Im}\{R_i^s Q_i\} \dot{h}(t_i(\xi) - \tau_i)] \quad (2)$$

where N is the total number of primary ray pulses stacked into the stacking stick,

τ_i is the traveltime of the ray,

$s(t)$ and $h(t)$ are the source pulse and its Hilbert transform,

$$\left. \begin{aligned} s(t) &\neq 0 \quad t \in [0, T] \\ h(t) &= 0 \quad t \notin [0, T] \end{aligned} \right\} \quad (T \text{ is the duration of the source pulse}),$$

R_i^s is the (complex) angle dependent reflection coefficient of the ray at the reflection point, R , at the target horizon and Q_i is the (complex) combined effect of geometrical spreading and transmission loss of the ray from source to receiver (not to be confused by the geometrical spreading matrix).

Within the approximation of ray theory, the true, stacked pulse, $P_{\text{Obs}}^j(\xi)$, in Eq. (1) may be expressed in the same way as the synthetic pulse, $P_{\text{Synth}}^j(\xi)$, in Eq. (2) to obtain

$$P_{\text{Obs}}^j(\xi) = \sum_{i=1}^N P_i(\xi) = \sum_{i=1}^N [\text{Re}\{R_i Q_i\} \dot{s}(t_i(\xi) - \tau_i) - \text{Im}\{R_i Q_i\} \dot{h}(t_i(\xi) - \tau_i)] \quad (3)$$

where $R_i = R_i(\phi_i)$ is the unknown angle dependent reflection coefficient in the real model in the reflection point R (see Figure 1) of the i 'th ray, and ϕ_i is the reflection angle of the ray.

In order to find this reflection coefficient we start by setting the synthetic reflection coefficient R_i^s in Eq. (2) to unity for all reflection angles. Then we compute the two quantities



$$\kappa_{\text{Synth}}^j = \sum_{k=1}^L |P_{\text{Synth}}^j(\xi_k)| \Delta \xi \quad \text{and} \quad \kappa_{\text{Obs}}^j = \sum_{k=1}^L |P_{\text{Obs}}^j(\xi_k)| \Delta \xi \quad (4)$$

where ξ_k are L discrete positions with spacing $\Delta \xi$ along the stacking stick.

It can be shown that a good approximation to the angle-dependent reflection coefficient in the reflector at stacking stick j is given by

$$\mathcal{R}^j(\varphi') = \frac{\kappa_{\text{Obs}}^j}{\kappa_{\text{Synth}}^j} \quad (5)$$

where the reflection angle φ' is a weighted sum of the N individual reflection angles φ_i contributing to the estimate in Eq. (5). The weight associated to the j 'th stacking stick for segment n , W_{jn} , is computed using the input data cube, $P_{\text{Obs}}^j(\xi)$, and the individual ray-modelled, depth-migrated pulses $P_i^s(\xi)$ from Eq. (2). These weight functions give valuable information on the resolution of the estimate in Eq. (5), as will be shown in the example below.

Synthetic example

The simple 2D model used in the testing of the new concept is shown in Figure 2.

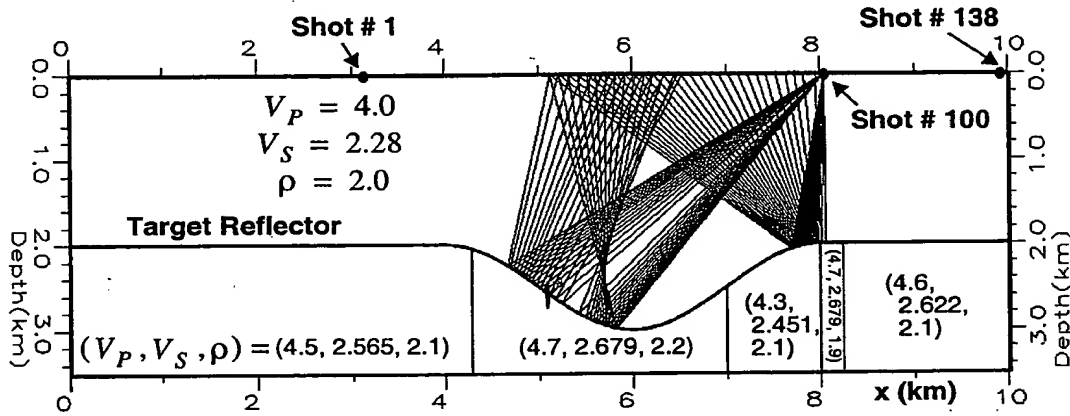


Figure 2: Two-layer model with variable P - and S -velocity and density below target reflector. The rays to every 4th receiver for shot # 100 of a total of 138 are shown.

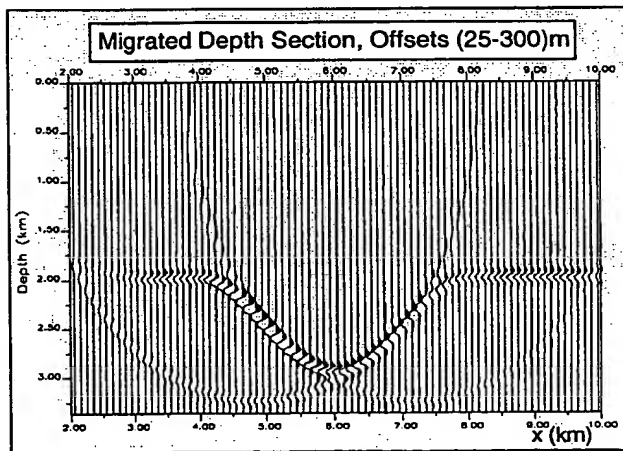


Figure 3: Result of Kirchhoff migration of the lowest offset interval.

The model consists of two layers separated by a target reflector with a subduction. The lower layer has discontinuous changes in the seismic properties as indicated on the figure.

At the surface of the model, a marine type survey of 138 shots and 120 receivers per shot is modelled by wavefront construction [4]. The result is convolved with a 10 Hz zero phase Ricker wavelet to give the input SEG-Y data to the test. Using these SEG-Y data, Kirchhoff migration is done in 10 offset intervals (offset bins) within the maximum offset of 3000 m creating 10 seismic sections of which one is shown in Figure 3. Figure 4 shows the measured amplitude along the target reflector, which is obviously not a reliable way of finding the reflection coefficient.



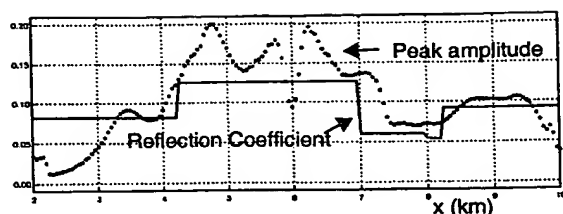


Figure 4: Maximum amplitude in the seismic section in Figure 3 and true reflection coefficient along the target reflector.

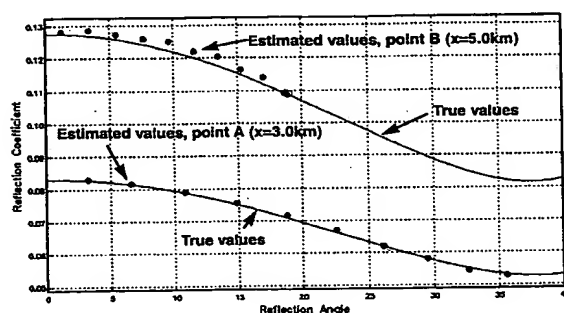


Figure 5: True and estimated reflection coefficient plotted against reflection angle at point A and B.

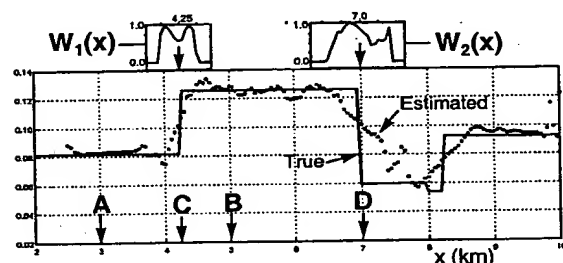


Figure 6: True and estimated reflection coefficient of normal incidence rays. Two of the weight functions giving the resolution in each point are shown at the top (W_1 and W_2).

Having generated the input data to the experiment, all the ray data needed for the amplitude correction are computed by ray tracing by wavefront construction which is fast and reliable also for 3D cases. 101 stacking sticks with length $L_{\xi} = 250m$ and a spacing of 100 m are placed along the target reflector. The stacking of synthetic pulses from each of the 10 offset intervals as described by Eq. (2) gives one $P_{\text{Synth}}^j(\xi)$ for each offset interval. Following the method description above, we end up with ten estimates of the reflection coefficient $\mathcal{R}^j(\phi')$ for each of the 101 stacking sticks.

Each of the 10 estimates corresponds to a specific reflection angle. In Figure 5, $\mathcal{R}^j(\phi')$ in two x-positions (A and B indicated in Figure 6) and 10 reflection angles are plotted. The plot shows excellent correspondence between true and estimated values.

Comparisons of true and estimated reflection coefficients may also be done for constant reflection angle and variable x as in Figure 6 where $\mathcal{R}^j(\phi')$ for the near offset (25-300m) is plotted along with the true, normal incidence reflection coefficient. Also here, the method gives good approximations, but, as expected, the resolution varies a great deal. Note how well the two weight functions at the top of Figure 6 (W_1 and W_2 at point C and D respectively) describe the "smearing" of the true reflection coefficients.

Acknowledgements

I want to thank my colleagues at NORSAR, Prof. Håvar Gjølstdal for many interesting discussions and a lot of valuable feedback during the development of this method, and Einar Iversen for reviewing this abstract. I would also like to thank Børge Rosland of Seispro for fruitful cooperation within amplitude studies within the last year.

References

- [1] Beylkin, G., 1985, Imaging of discontinuities in the inverse scattering problem by inversion of a causal generalized Radon transform: J. Math. Phys., 26, 99-108
- [2] Bleistein, N., 1987, On the imaging of reflectors in the earth. Geophysics, 52, 931-942
- [3] Schleicher, J., Tygel, M., and Hubral, P., 1993, 3-D true-amplitude finite-offset migration: Geophysics, 58, 1112-1126
- [4] Vinje, V., Iversen, E., and Gjølstdal, H., 1993, Traveltime and amplitude estimation using wavefront construction, Geophysics, 58, 1157-1166.
- [5] Cerveny, V., 1985, The application of ray tracing to the numerical modeling of seismic wavefields in complex structures: Handbook of Geophys. Expl., 15A, 1-124, Geophysical Press.

